

4.1 Δήλωση Πινάκων Δύο Διαστάσεων

- Η δήλωση γενικά ενός δυοδιάστατου πίνακα 10×10 θέσεων για πραγματικούς αριθμούς γίνεται με την εντολή :

```
double pin[10][10];
```

με στοιχεία `pin[0][0]`, `pin[0][1]`, ..., `pin[0][9]`, `pin[1][0]`, `pin[1][1]`, ..., `pin[1][9]`, ..., `pin[9][0]`, `pin[9][1]`, ..., `pin[9][9]`.

- Με την εντολή :

```
double a[n+1][n+1];
```

δηλώνουμε τον δυοδιάστατο πίνακα A με $n+1$ γραμμές και $n+1$ στήλες με στοιχεία `a[0][0]`, `a[0][1]`, ..., `a[0][n]`, `a[1][0]`, `a[1][1]`, ..., `a[1][n]`, ..., `a[n][0]`, `a[n][1]`, ..., `a[n][n]`, απ' τα οποία μπορούμε να μη χρησιμοποιήσουμε τα στοιχεία της $1^{\text{ης}}$ γραμμής και της $1^{\text{ης}}$ στήλης .

Παρατηρήσεις

- Η δήλωση του πλήθους των στοιχείων του πίνακα μπορεί να γίνει και με τη δήλωση σταθεράς. Έτσι, θα είχαμε το ίδιο αποτέλεσμα με τις εντολές :

```
#define nmax 10  
double pin[nmax][nmax];
```

Αυτό μας δίνει τη δυνατότητα να χρησιμοποιήσουμε πίνακα με μεταβλητή διάσταση, την οποία θα δίνουμε απ' το πληκτρολόγιο.

- Όταν αναφερόμαστε στα στοιχεία ενός διδιάστατου πίνακα πρέπει να χρησιμοποιούμε δύο μεταβλητές για δείκτες. π.χ. `a[i][j]` είναι το στοιχείο του πίνακα που βρίσκεται στην i γραμμή και στη j στήλη.

4.2 Διάβασμα Στοιχείων ενός Διδιάστατου Πίνακα

- Με την ομάδα εντολών :

```
for ( i = 1; i<=n; i++ )  
for ( j = 1; j<=n; j++ )  
    if ( i == j )  
    {  
        printf("Dose timh gia to a[%d,%d] : ", i, j);  
        scanf ("%lf", &a[i][j]);  
    }  
else  
    a[i][j] = 0;
```

διαβάζουμε $n = 3$ πραγματικούς αριθμούς απ' το πληκτρολόγιο χωρίς `format (έναν αριθμό σε κάθε γραμμή)` και τους αποθηκεύουμε στον πίνακα a .

Παρατηρήσεις

- Αν θέλαμε να διαβάσουμε τα στοιχεία ενός Διδιάστατου πίνακα κατά γραμμές (n στοιχεία στην κάθε γραμμή) θα χρησιμοποιούσαμε την ομάδα εντολών :

```
for ( i = 1; i<=n; i++ )
{
for ( j = 1; j<=n; j++ )
scanf ("%lf", &a[i][j]);
```

και στην εκτέλεση του προγράμματος θα δίναμε n στοιχεία σε κάθε γραμμή χωρισμένα με κενά.

4.3 Εμφάνιση n Στοιχείων Διδιάστατου Πίνακα

- Με την ομάδα εντολών :

```
for ( i = 1; i<=n; i++ )
{
for ( j = 1; j<=n; j++ )
printf ("%lf", a[i][j]);
printf ("\n");
}
```

εμφανίζουμε στην οθόνη $n \times n$ πραγματικούς αριθμούς (τα στοιχεία του πίνακα a) χωρίς format.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ 4.2

Πρόβλημα

- Να τροποποιηθεί η Άσκηση 4.1, ώστε η επίλυση του Συστήματος να γίνεται με την κλήση της συνάρτησης `diag()`.

Αλγόριθμος `main()`

1. **Διαβάζουμε** την τιμή του n (η διάσταση του Πίνακα A).
2. Δίνουμε **τιμές** στα στοιχεία των πινάκων A και b (**μόνο** για τα **μη μηδενικά** στοιχεία).
3. **Εμφανίζουμε** στην οθόνη τα στοιχεία των πινάκων A και b .
4. **Καλούμε τη συνάρτηση `diag()` για τον Υπολογισμό** των $x_i, i=1..n$.
5. **Εμφανίζουμε** στην οθόνη τα στοιχεία του x .

Αλγόριθμος `function diag()`

1. Για τις τιμές του $x_i, i=1,2,\dots,n$:

$$\text{Υπολογίζουμε το } x_i = \frac{b_i}{a_{i,i}}.$$

4.4 Πέρασμα Διδιάστατων Πινάκων σαν Παραμέτρων σε `functions`

- Για το πέρασμα Διδιάστατων Πινάκων σαν παραμέτρων σε `functions` ισχύουν τα παρακάτω :
- ◆ Οι Πίνακες - Παράμετροι θα πρέπει να δηλωθούν στο κυρίως Πρόγραμμα.
- ◆ Ο Πίνακας περνάει σαν παράμετρος στη δήλωση της `function` με το όνομά του και αγκύλες, όπου όμως στο δεύτερο ζεύγος αγκυλών περνάει ο αριθμός των στηλών. Στο προηγούμενο παράδειγμα, η δήλωση της `function` πρέπει να γίνει με την εντολή :

```
void diag(int n, double a[][nmax+1], double b[], double x[]);
```

- ◆ Στη χρήση ή κλήση της `function` χρησιμοποιείται μόνο το όνομα του πίνακα. Στο προηγούμενο παράδειγμα, η κλήση της `function` πρέπει να γίνει με την εντολή :

```
diag (n, a, b, x); //Επίλυση Διαγωνίου Συστήματος με κλήση function
```

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ 4.3

Πρόβλημα

- Να γίνει πρόγραμμα το οποίο με τη χρήση συνάρτησης να επιλύει το Αντι-Διαγώνιο Σύστημα :

$$A \cdot x = b$$

ή το σύστημα :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & a_{1n} \\ 0 & 0 & \dots & a_{2,n-1} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & a_{n-1,2} & \dots & 0 & 0 \\ a_{n1} & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_{n-1} \\ b_n \end{bmatrix}$$

ή σε μορφή εξισώσεων το σύστημα :

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & & & & & & & & & a_{1n}x_n & = & b_1 \\ & & & & & & & & & & a_{2,n-1}x_{n-1} & = & b_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & = & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & = & \dots \\ & & & & & & & & & & a_{n-1,2}x_2 & = & b_{n-1} \\ a_{n1}x_1 & & & & & & & & & & & = & b_n \end{array}$$

Αλγόριθμος main()

1. **Διαβάζουμε** την τιμή του n (η διάσταση του Πίνακα A).
2. Δίνουμε **τιμές** στα στοιχεία των πινάκων A και b (**μόνο** για τα **μη μηδενικά** στοιχεία).
3. **Εμφανίζουμε** στην οθόνη τα στοιχεία των πινάκων A και b.
4. **Καλούμε** τη **συνάρτηση antidiag ()** για τον **Υπολογισμό** των $x_i, i=1..n$.
5. **Εμφανίζουμε** στην οθόνη τα στοιχεία του x.

Αλγόριθμος function antidiag ()

1. Για τις τιμές του $x_i, i = 1, 2, \dots, n$:

Υπολογίζουμε το $x_i = \frac{b_{n-i+1}}{a_{n-i+1,i}}$.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ 4.4

Πρόβλημα

- Να γίνει πρόγραμμα, το οποίο με τη χρήση συνάρτησης να επιλύει το Γραμμικό Κάτω Τριγωνικό Σύστημα :

$$A \cdot x = b$$

$$\text{ή το σύστημα : } \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix}$$

ή σε μορφή εξισώσεων το σύστημα :

$$\begin{bmatrix} a_{11}x_1 & & & & & & & & & & = & b_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & & & & & & & & = & b_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & & \\ a_{n1}x_1 & + & a_{n2}x_2 & + & \dots & + & a_{nn}x_n & = & b_n \end{bmatrix}$$

Αλγόριθμος main()

1. **Διαβάζουμε** την τιμή του n (η διάσταση του Πίνακα A).
2. Δίνουμε **τιμές** στα στοιχεία των πινάκων A και b (**μόνο για τα μη μηδενικά στοιχεία**).
3. **Εμφανίζουμε** στην οθόνη τα στοιχεία των πινάκων A και b.
4. **Καλούμε τη συνάρτηση** `kato_trig()` για τον Υπολογισμό των $x_i, i=1..n$.
5. **Εμφανίζουμε** στην οθόνη τα στοιχεία του x.

Αλγόριθμος function kato_trig()

- 1) **Λύνουμε** το σύστημα ως προς το $x_1 = \frac{b_1}{a_{1,1}}$.
- 2) **Για** τις τιμές του $x_i, i=2,3,\dots,n$
 - a) **Θέτουμε** `sum = 0`
 - b) **Υπολογίζουμε** το άθροισμα $sum = \sum_{k=1}^{i-1} a_{i,k} x_k$.
 - c) **Υπολογίζουμε** το $x_i = \frac{b_i - sum}{a_{i,i}}$

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ 4.5

Πρόβλημα

- Να γίνει πρόγραμμα, το οποίο με τη χρήση συνάρτησης να επιλύει το Γραμμικό Άνω Τριγωνικό Σύστημα :

$$A \cdot x = b$$

$$\text{ή το σύστημα : } \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix}$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

ή σε μορφή εξισώσεων το σύστημα :

$$a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$$

.....

$$a_{nn}x_n = b_n$$

Αλγόριθμος main()

1. Διαβάζουμε την τιμή του n (η διάσταση του Πίνακα A).
2. Δίνουμε τιμές στα στοιχεία των πινάκων A και b (μόνο για τα μη μηδενικά στοιχεία) .
3. Εμφανίζουμε στην οθόνη τα στοιχεία των πινάκων A και b .
4. Καλούμε τη συνάρτηση `anw_trig()` για τον Υπολογισμό των $x_i, i=1..n$.
5. Εμφανίζουμε στην οθόνη τα στοιχεία του x .

Αλγόριθμος function anw_trig()

1) Λύνουμε το σύστημα ως προς το $x_n = \frac{b_n}{a_{n,n}}$.

2) Για τις τιμές του $x_i, i = n-1, n-2, \dots, 1$

a) Θέτουμε $sum = 0$.

b) Υπολογίζουμε το άθροισμα $sum = \sum_{k=i+1}^n a_{i,k}x_k$.

c) Υπολογίζουμε το $x_i = \frac{b_i - sum}{a_{i,i}}$

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ 4.6

Πρόβλημα

- Να γίνει πρόγραμμα, το οποίο με την κλήση της συνάρτησης `gauss()` μετατρέπει ένα πλήρες Γραμμικό Σύστημα $A \cdot x = b$ σε **Άνω Τριγωνικό** και το επιλύει με την κλήση της συνάρτησης `anw_trig()`. Το Γραμμικό Σύστημα θα έχει τη μορφή :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix}$$

ή σε μορφή εξισώσεων

$$\begin{bmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{bmatrix}$$

Αλγόριθμος `main()`

1. **Διαβάζουμε** την τιμή του n (η διάσταση του Πίνακα A).
2. Δίνουμε **τιμές** στα στοιχεία των πινάκων A και b .
3. **Εμφανίζουμε** στην οθόνη τα στοιχεία των πινάκων A και b .
4. **Καλούμε** τη συνάρτηση `gauss(n, a, b)` για τη μετατροπή του συστήματος σε **άνω τριγωνικό**.
5. **Καλούμε** τη συνάρτηση `anw_trig()` για τον Υπολογισμό των $x_i, i=1..n$.
6. **Εμφανίζουμε** στην οθόνη τα στοιχεία του x .

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ 4.7

Πρόβλημα

- Να γίνει πρόγραμμα, το οποίο με την κλήση της συνάρτησης `gauss_odhghsh()` μετατρέπει ένα πλήρες Γραμμικό Σύστημα $A \cdot x = b$ σε Άνω Τριγωνικό και το επιλύει με την κλήση της συνάρτησης `anw_trig()`.

Αλγόριθμος `main()`

1. **Διαβάζουμε** την τιμή του n (η διάσταση του Πίνακα A).
2. Δίνουμε **τιμές** στα στοιχεία των πινάκων A και b .
3. **Εμφανίζουμε** στην οθόνη τα στοιχεία των πινάκων A και b .
4. **Καλούμε** τη συνάρτηση `gauss_odhghsh(n, a, b)` για τη μετατροπή του συστήματος σε **άνω τριγωνικό**.
5. **Καλούμε** τη συνάρτηση `anw_trig()` για τον Υπολογισμό των $x_i, i=1..n$.
6. **Εμφανίζουμε** στην οθόνη τα στοιχεία του x .

Αλγόριθμος `function gauss_odhghsh()`

Αντί να κάνουμε έλεγχο για μηδενικό διαγώνιο στοιχείο,

- 1) Για κάθε στήλη J
 - I. **Βρίσκουμε** τη γραμμή `max_thesi` που περιέχει το μέγιστο κατ' απόλυτη τιμή στοιχείο του Πίνακα A στη στήλη
 - II. **Ανταλάσσουμε**, αν χρειαστεί, τα στοιχεία των γραμμών j και `max_thesi`

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ 4.8

Πρόβλημα

- Να γίνει πρόγραμμα, το οποίο με την κλήση της συνάρτησης `gauss_jordan()` μετατρέπει ένα πλήρες Γραμμικό Σύστημα $A \cdot x = b$ σε **Διαγώνιο** και το επιλύει με την κλήση της συνάρτησης `diag()`.

Αλγόριθμος `main()`

1. **Διαβάζουμε** την τιμή του n (η διάσταση του Πίνακα A).
2. Δίνουμε **τιμές** στα στοιχεία των πινάκων A και b .
3. **Εμφανίζουμε** στην οθόνη τα στοιχεία των πινάκων A και b .
4. **Καλούμε** τη συνάρτηση `gauss_jordan(n, a, b)` για τη μετατροπή του συστήματος σε **Διαγώνιο**.
5. **Καλούμε** τη συνάρτηση `diag()` για τον **Υπολογισμό** των $x_i, i=1..n$.
6. **Εμφανίζουμε** στην οθόνη τα στοιχεία του x .

Αλγόριθμος `function gauss_jordan()`

Στη μέθοδο **Gauss** κάνουμε **απαλοιφή** αγνώστων για κάθε στήλη στις **γραμμές** $i=j+1..n$, ενώ στη μέθοδο **Gauss-Jordan** κάνουμε **απαλοιφή** για κάθε στήλη στις γραμμές $i=1..j-1$ και $i=j+1..n$.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ 4.9

Πρόβλημα

- Να γίνει πρόγραμμα, το οποίο με την κλήση της συνάρτησης **gauss_seidel()** επιλύει ένα πλήρες Γραμμικό Σύστημα $A \cdot x = b$ ελέγχοντας αν ο Πίνακας των συντελεστών των αγνώστων έχει Διαγώνια Υπεροχή (Σε κάθε Γραμμή ή Στήλη του Πίνακα A το Διαγώνιο στοιχείο να είναι κατ'απόλυτη τιμή μεγαλύτερο από το άθροισμα των απολύτων τιμών των υπολοίπων στοιχείων της γραμμής ή της στήλης). Ο έλεγχος τερματισμού θα γίνεται με τη χρήση της συνάρτησης **norm()**, η οποία θα υπολογίζει το άθροισμα των απολύτων τιμών της διαφοράς του κάθε στοιχείου του πίνακα x και του $oldx$, $\sum_{i=1}^n |x_i - oldx_i|$.

Αλγόριθμος main()

1. **Διαβάζουμε** την τιμή του n (η διάσταση του Πίνακα A).
2. Δίνουμε **τιμές** στα στοιχεία των πινάκων A και b .
3. **Εμφανίζουμε** στην οθόνη τα στοιχεία των πινάκων A και b .
4. **Καλούμε** τη **boolean** συνάρτηση **υπεροχη(n, a)**, η οποία θα επιστρέφει την τιμή **true** ή **false**, ανάλογα με το αν υπάρχει διαγώνια υπεροχή ή όχι.
5. Στην περίπτωση που υπάρχει διαγώνια υπεροχή, **καλούμε** τη **συνάρτηση gauss_seidel()** για τον **Υπολογισμό** των $x_i, i=1..n$.
6. **Εμφανίζουμε** στην οθόνη τα στοιχεία του x .
7. Στην περίπτωση που δεν υπάρχει διαγώνια υπεροχή, **εμφανίζουμε αντίστοιχο μήνυμα**.

Αλγόριθμος function gauss_seidel()

1. **Θέτουμε** αρχικές τιμές στα στοιχεία των πινάκων x και $oldx$
2. **Για όσο** το σφάλμα $\sum_{i=1}^n |x_i - oldx_i|$ είναι μεγαλύτερο του 10^{-15}
 - a) **Αποθηκεύουμε** τις προηγούμενες τιμές του πίνακα x στον πίνακα $oldx$
 - b) **Για** τις τιμές του $x_i, i=1,2,\dots,n$:
 - i) **Θέτουμε** $sum = 0$.
 - ii) **Υπολογίζουμε** το άθροισμα $sum = \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j$
 - iii) **Αφαιρούμε** απ' το sum το $a_{ii} \cdot x_i$
 - iv) **Υπολογίζουμε** το νέο $x_i = \frac{b_i - sum}{a_{ii}}$

Αλγόριθμος `function bool yperoxh (n, a)`

1. **Θέτουμε** `yp_g = true`
2. **Θέτουμε** `i = 1`
3. **Για Όσο** (`i ≤ n`) και (`yp_g = true`):
 - a) **Θέτουμε** `sum = 0`
 - b) **Υπολογίζουμε** το άθροισμα $sum = \sum_{j=1}^n |a_{i,j}|$.
 - c) **Αφαιρούμε** απ' το `sum` το `|ai,i|`.
 - d) Αν (`|ai,i| < sum`), **θέτουμε** στο `yp_g` την τιμή `false`
 - e) Αυξάνουμε την τιμή του μετρητή `i` κατά 1
4. **Αν** `yp_g = true`, **επιστρέφουμε** την τιμή του `yp_g`
5. **Αν** `yp_g = false`, **Ελέγχουμε** αν για τον πίνακα `A` υπάρχει Διαγώνια **Υπεροχή** Κατά Στήλες.
6. **Θέτουμε** `yp_s = true`
7. **Θέτουμε** `j = 1`
8. **Για Όσο** (`j ≤ n`) και (`yp_s = true`):
 - a) **Θέτουμε** `sum = 0`
 - b) **Υπολογίζουμε** το άθροισμα $sum = \sum_{i=1}^n |a_{i,j}|$.
 - c) **Αφαιρούμε** απ' το `sum` το `|aj,j|`.
 - d) Αν (`|aj,j| < sum`), **θέτουμε** στο `yp_s` την τιμή `false`
 - e) Αυξάνουμε την τιμή του μετρητή `j` κατά 1
9. **Επιστρέφουμε** την τιμή του `yp_s`

4.5 Συναρτήσεις τύπου `boolean`

- ◆ Η συνάρτηση, όπως και οι μεταβλητές δηλώνονται με τη λέξη `bool` :

```
bool yperoxh(int n, double a[][nmax+1]);  
bool yp_g, yp_s;
```

- ◆ Στον έλεγχο μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη μεταβλητή χωρίς την τιμή της.
Π.χ. `if (yp_g)` αντί του `if (yp_g == true)`.