

Λυμένη Άσκηση 4.5

Επαναληπτικές Μέθοδοι Επίλυσης Γραμμικών Συστημάτων

Μέθοδος Gauss - Seidel

- Δίνεται το γραμμικό σύστημα :

$$Ax = b, A \in \mathbb{R}^{n \times n}, b \in \mathbb{R}^n, x \in \mathbb{R}^n, \det(A) \neq 0$$

Να γίνει πρόγραμμα C, το οποίο να ελέγχει αν για τη μήτρα A υπάρχει Υπεροχή Διαγωνίου Στοιχείου Κατά Γραμμές, δηλαδή ισχύει $|a_{i,i}| > \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |a_{i,j}| \quad \forall i: i=1,2,\dots,n$ και

αν ναι, να εφαρμόζει τη διαδικασία των διαδοχικών προσεγγίσεων **Gauss-Seidel** και να επιλύει το σύστημα με μία επιθυμητή προσέγγιση 0.000001.

Αλγόριθμος

1. **Διαβάζουμε** τα στοιχεία του πίνακα A και δημιουργούμε τα στοιχεία του πίνακα b να είναι το άθροισμα των στοιχείων κάθε γραμμής του πίνακα A.
2. **Εμφανίζουμε** στην οθόνη τα στοιχεία των πινάκων A και b.
3. **Ελέγχουμε** αν για τη μήτρα A υπάρχει **Υπεροχή Διαγωνίου Στοιχείου Κατά Γραμμές** :
 - i) **Θέτουμε** flag = 1
 - ii) **Για** κάθε γραμμή $i: i=1,2,\dots,n$:
 - a) **Θέτουμε** sum = 0
 - b) **Υπολογίζουμε** το άθροισμα $sum = \sum_{j=1}^n |a_{i,j}|$.
 - c) **Αφαιρούμε** απ' το sum το $|a_{i,i}|$.
 - d) Αν $|a_{i,i}| < sum$, **θέτουμε** στο flag την τιμή 0 και **σταματάμε** το βρόχο.

4. Αν **υπάρχει** Υπεροχή του Διαγωνίου Στοιχείου του πίνακα A (flag = 1),
Επιλύουμε το Σύστημα με τη Μέθοδο gauss-seidel :

i) **Θέτουμε** αρχικές τιμές στα στοιχεία των πινάκων x και oldx.

ii) **Υπολογίζουμε** το σφάλμα $\sum_{i=1}^n |x_i - oldx_i|$.

iii) **Για όσο** το σφάλμα είναι μεγαλύτερο του 0.000001 :

a) **Αποθηκεύουμε** τις προηγούμενες τιμές του Πίνακα x στον Πίνακα oldx.

b) **Για** τις τιμές του $x_i, i=1,2,...,n$:

i) **Θέτουμε** sum = 0.

ii) **Υπολογίζουμε** το άθροισμα $sum = \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j$.

iii) **Αφαιρούμε** απ' το sum το $a_{ii} * x_i$.

iv) **Υπολογίζουμε** το νέο $x_i = \frac{b_i - sum}{a_{ii}}$.

c) **Υπολογίζουμε** το νέο σφάλμα $\sum_{i=1}^n |x_i - oldx_i|$.

d) **Εμφανίζουμε** στην οθόνη τα στοιχεία του πίνακα x και το Σφάλμα.

5. **Εμφανίζουμε** στην οθόνη τα στοιχεία του πίνακα x και το Τελικό Σφάλμα.

6. Αν **δεν υπάρχει** Υπεροχή του Διαγωνίου Στοιχείου του πίνακα A **εμφανίζουμε** το μήνυμα "Δεν υπάρχει υπεροχή - το σύστημα δε λύνεται".