

ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6^ο Εξάμηνο

Προβλήματα Παραγωγής και Δοκιμής (Generate and Test)

ή Προσπάθειας και Αποτυχίας (Trail and Error)

Αλγόριθμοι Οπισθοδρόμησης (Backtracking Algorithms)

Δημοσθένης Σταμάτης

<http://www.iee.ihu.gr/~demos>

Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής & Ηλεκτρονικών Συστημάτων

Προβλήματα Παραγωγής και Δοκιμής (Generate and Test)

ή Προσπάθειας και Αποτυχίας (Trail and Error)

Ας υποθέσουμε ότι για να επιλύσουμε ένα πρόβλημα πρέπει να πάρουμε μία σειρά από αποφάσεις και για κάθε απόφαση υπάρχουν πολλές επιλογές.

- Δεν έχουμε αρκετές πληροφορίες ή γνώσεις ώστε να γνωρίζουμε με βεβαιότητα ποια επιλογή να κάνουμε.
- Κάθε επιλογή που κάνουμε οδηγεί σε μία καινούργια σειρά επιλογών.
- Κάποια επιλογή μπορεί να μας οδηγήσει σε αδιέξοδο, να μην μπορούμε δηλαδή να προχωρήσουμε σε επόμενη.
- Μία σειρά από επιλογές (αποφάσεις) είναι η πιθανή λύση του προβλήματος.
- Πιθανά υπάρχουν περισσότερες από μία λύσεις για το πρόβλημα.

**Προβλήματα Παραγωγής και Δοκιμής (Generate and Test)
ή Προσπάθειας και Αποτυχίας (Trail and Error)**



Υπάρχουν πολλά τέτοια προβλήματα στα οποία δεν είναι δυνατόν να βρούμε έναν **αναλυτικό αλγόριθμο** για την επίλυσή τους, καθώς η **λύση του προβλήματος απαιτεί τη σύνθεση επιμέρους λύσεων**, πολλές από τις οποίες **εξαρτώνται** από τις υπόλοιπες.



Τα προβλήματα αυτά αναφέρονται ως προβλήματα

- **Παραγωγής και Δοκιμής (Generate and Test)** ή
- **Προσπάθειας και Αποτυχίας (Trail and Error)**

**Προβλήματα Παραγωγής και Δοκιμής (Generate and Test)
ή Προσπάθειας και Αποτυχίας (Trail and Error)**

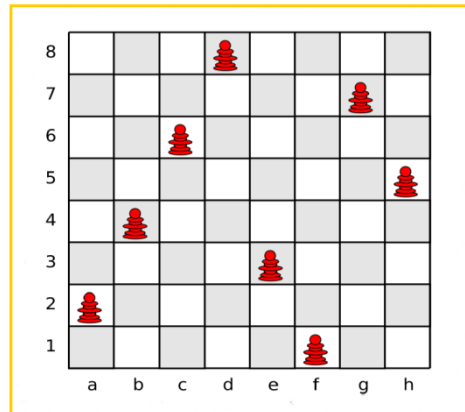
Οι **Αλγόριθμοι Οπισθοδρόμησης (Backtracking Algorithms)** βασίζονται σε μία τεχνική παραγωγής και δοκιμής διαφόρων ακολουθιών αποφάσεων, μέχρις ότου βρεθεί μία που επιλύει το πρόβλημα.

Τις περισσότερες περιπτώσεις οι αλγόριθμοι που απαιτούνται για την επίλυση του προβλήματος είναι: **Αναδρομικοί Οπισθοδρόμησης (Recursive Backtracking)**

- **Οπισθοδρόμησης** γιατί πρέπει να δοκιμάσουμε διάφορες εναλλακτικές περιπτώσεις.
- **Αναδρομικοί** γιατί σε κάθε επόμενο βήμα τα προβλήματα που πρέπει να επιλύσουμε είναι όμοια με το αρχικό.

Το Πρόβλημα των 8 Βασιλισσών

Να τοποθετηθούν 8 Βασίλισσες σε μία σκακιέρα έτσι ώστε καμία από αυτές να μην απειλείται από τις υπόλοιπες !!!



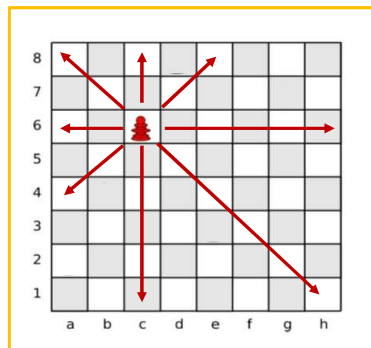
ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Το Πρόβλημα των 8 Βασιλισσών

Μια Βασίλισσα απειλεί όλες τις θέσεις που βρίσκονται:

- στην ίδια γραμμή
- στην ίδια στήλη
- στην ίδια διαγώνιο



ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Το Πρόβλημα του SODOKU



- Ένας πίνακας 9X9 ο οποίος αρχικά περιλαμβάνει κάποιους αριθμούς.



- Όλοι οι αριθμοί πρέπει να είναι από το 1 ως και το 9



- Ο πίνακας διαιρείται σε 9 μικρότερους πίνακες 3X3

			6					
4		8					5	
		5				9	2	7
6				4	3			5
							1	8
9				5	7			2
		6				3	7	9
1		9					6	
			7					



Στόχος του παιχνιδιού είναι να τοποθετήσουμε όλα τα κελιά του μεγάλου (9X9) πίνακα με αριθμούς, έτσι ώστε κάθε γραμμή, κάθε στήλη και κάθε ένας από τους μικρότερους (3X3) πίνακες να περιέχουν τους αριθμούς από το 1 έως και το 9 μία και μόνο μία φορά

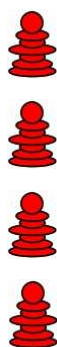
7	6	2						4
	1		4				8	
9		3	1		2	5		
8			1					7
	4			2		5		
	5	4		9	8			
		7	6					9
3			8				7	
	2		9	1				

7	6	3	2	5	8	9	1	4
2	5	1	9	4	6	7	8	3
4	9	8	3	7	1	6	2	5
8	3	2	6	1	5	4	9	7
9	4	6	7	8	2	3	5	1
1	7	5	4	3	9	8	6	2
5	8	7	1	6	3	2	4	9
3	1	9	8	2	4	5	7	6
6	2	4	5	9	7	1	3	8

ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Ας δούμε πως εξελίσσεται η διαδικασία εύρεσης της λύσης σε ένα αντίστοιχο μικρότερο πρόβλημα (των 4 Βασιλισσών) σε έναν αλγόριθμο «προσπάθειας και αποτυχίας»



4

3

2

1

a

b

c

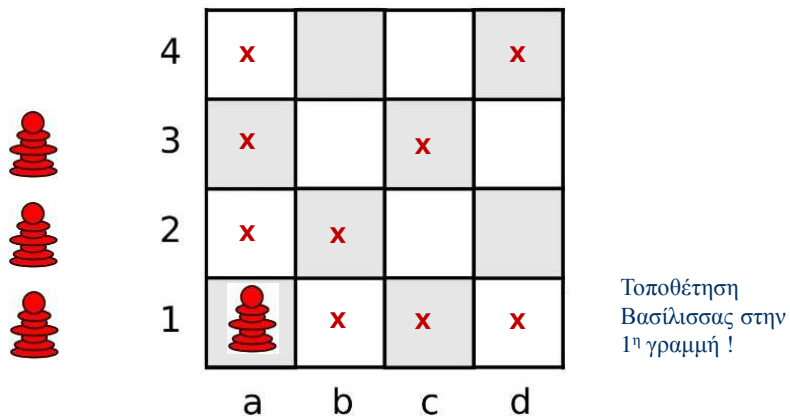
d

ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Ας δούμε πως εξελίσσεται η διαδικασία εύρεσης της λύσης σε ένα αντίστοιχο μικρότερο πρόβλημα (των 4 Βασιλισσών)

Προσπάθεια !

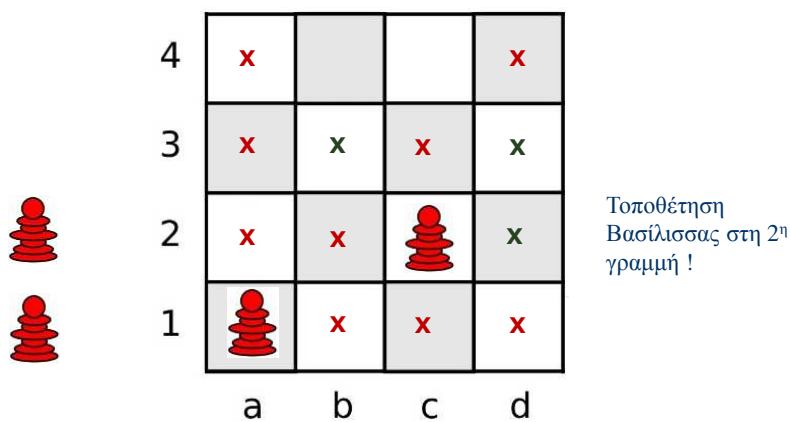


ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Ας δούμε πως εξελίσσεται η διαδικασία εύρεσης της λύσης σε ένα αντίστοιχο μικρότερο πρόβλημα (των 4 Βασιλισσών)

Προσπάθεια !

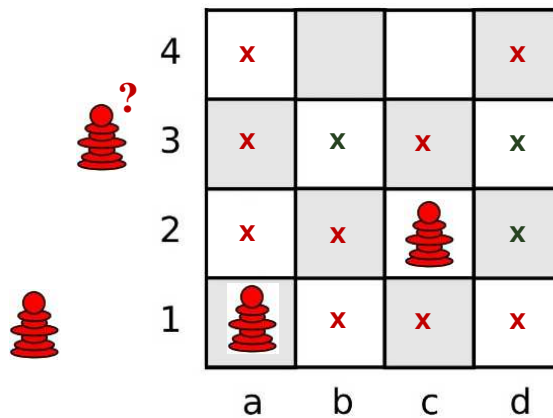


ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Ας δούμε πως εξελίσσεται η διαδικασία εύρεσης της λύσης σε ένα αντίστοιχο μικρότερο πρόβλημα (των 4 Βασιλισσών)

Αποτυχία !



Αποτυχία τοποθέτησης Βασίλισσας στην 3^η γραμμή !

=>

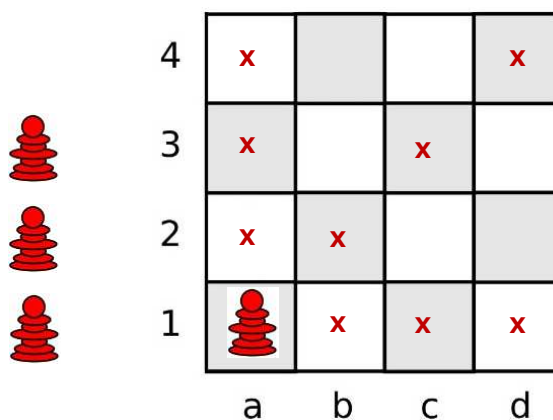
Οπισθοδρόμηση (Backtracking)

ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Ας δούμε πως εξελίσσεται η διαδικασία εύρεσης της λύσης σε ένα αντίστοιχο μικρότερο πρόβλημα (των 4 Βασιλισσών)

Αποτυχία !



Ακύρωση της προηγούμενης τοποθέτησης Βασίλισσας στη 2^η γραμμή !

ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Ας δούμε πως εξελίσσεται η διαδικασία εύρεσης της λύσης σε ένα αντίστοιχο μικρότερο πρόβλημα (των 4 Βασιλισσών)

Προσπάθεια !

4	x	x		x
3	x		x	x
2	x	x	x	
1		x	x	x
	a	b	c	d

Τοποθέτηση Βασίλισσας σε εναλλακτική θέση της 2^{ης} γραμμής !

ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Ας δούμε πως εξελίσσεται η διαδικασία εύρεσης της λύσης σε ένα αντίστοιχο μικρότερο πρόβλημα (των 4 Βασιλισσών)

Προσπάθεια !

4	x	x	x	x
3	x		x	x
2	x	x	x	
1		x	x	x
	a	b	c	d

Τοποθέτηση Βασίλισσας στην 3^η γραμμή !

ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Ας δούμε πως εξελίσσεται η διαδικασία εύρεσης της λύσης σε ένα αντίστοιχο μικρότερο πρόβλημα (των 4 Βασιλισσών)

Αποτυχία !



4	x	x	x	x
3	x		x	x
2	x	x	x	
1		x	x	x
	a	b	c	d

Αποτυχία τοποθέτησης Βασίλισσας στην 4^η γραμμή !

=>

Οπισθοδρόμηση (Backtracking)

ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Ας δούμε πως εξελίσσεται η διαδικασία εύρεσης της λύσης σε ένα αντίστοιχο μικρότερο πρόβλημα (των 4 Βασιλισσών)

Αποτυχία !



4	x	x		x
3	x		x	x
2	x	x	x	
1		x	x	x
	a	b	c	d

Ακύρωση της προηγούμενης τοποθέτησης Βασίλισσας στην 3^η γραμμή !

ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Ας δούμε πως εξελίσσεται η διαδικασία εύρεσης της λύσης σε ένα αντίστοιχο μικρότερο πρόβλημα (των 4 Βασιλισσών)

Αποτυχία !

4	x	x		x
3	x		x	x
2	x	x	x	
1		x	x	x
	a	b	c	d

Αποτυχία τοποθέτησης Βασίλισσας σε εναλλακτική θέση της 2^{ης} γραμμής !

=>

Οπισθοδρόμηση (Backtracking)

ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Ας δούμε πως εξελίσσεται η διαδικασία εύρεσης της λύσης σε ένα αντίστοιχο μικρότερο πρόβλημα (των 4 Βασιλισσών)

Αποτυχία !

4	x			x
3	x		x	
2	x	x		
1		x	x	x
	a	b	c	d

Ακύρωση της προηγούμενης τοποθέτησης Βασίλισσας στην 2^η γραμμή !

ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Ας δούμε πως εξελίσσεται η διαδικασία εύρεσης της λύσης σε ένα αντίστοιχο μικρότερο πρόβλημα (των 4 Βασιλισσών)

Αποτυχία !

4	x			x
3	x		x	
2	x	x		
1		x	x	x
	a	b	c	d

Αποτυχία τοποθέτησης Βασίλισσας σε εναλλακτική θέση της 2^{ης} γραμμής !

=>

Οπισθοδρόμηση (Backtracking)

ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Ας δούμε πως εξελίσσεται η διαδικασία εύρεσης της λύσης σε ένα αντίστοιχο μικρότερο πρόβλημα (των 4 Βασιλισσών)

Αποτυχία !

4				
3				
2				
1	/			
	a	b	c	d

Ακύρωση της προηγούμενης τοποθέτησης Βασίλισσας στην 1^η γραμμή !

ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Ας δούμε πως εξελίσσεται η διαδικασία εύρεσης της λύσης σε ένα αντίστοιχο μικρότερο πρόβλημα (των 4 Βασιλισσών)

Προσπάθεια !

4		x		
3		x		x
2	x	x	x	
1	x		x	x
	a	b	c	d

Τοποθέτηση Βασίλισσας σε εναλλακτική θέση στην 1^η γραμμή !

ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Ας δούμε πως εξελίσσεται η διαδικασία εύρεσης της λύσης σε ένα αντίστοιχο μικρότερο πρόβλημα (των 4 Βασιλισσών)

Προσπάθεια !

4		x		x
3		x	x	x
2	x	x	x	
1	x		x	x
	a	b	c	d

Τοποθέτηση Βασίλισσας στη 2^η γραμμή !

ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Ας δούμε πως εξελίσσεται η διαδικασία εύρεσης της λύσης σε ένα αντίστοιχο μικρότερο πρόβλημα (των 4 Βασιλισσών)

Προσπάθεια !

4	x	x		x
3		x	x	x
2	x	x	x	
1	x		x	x
	a	b	c	d

Τοποθέτηση
Βασίλισσας στην
3^η γραμμή !

ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Ας δούμε πως εξελίσσεται η διαδικασία εύρεσης της λύσης σε ένα αντίστοιχο μικρότερο πρόβλημα (των 4 Βασιλισσών)

Προσπάθεια !

4	x	x		x
3		x	x	x
2	x	x	x	
1	x		x	x
	a	b	c	d

Τοποθέτηση
Βασίλισσας στην
4^η γραμμή !

Λύση του Προβλήματος!

$L = [[1,b], [2,d], [3,a], [4,c]]$

ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Ας δούμε πως εξελίσσεται η διαδικασία εύρεσης της λύσης σε ένα αντίστοιχο μικρότερο πρόβλημα (των 4 Βασιλισσών)

4	x		x	x
3	x	x	x	
2		x	x	x
1	x	x		x
	a	b	c	d

Αν ζητήσουμε
εναλλακτική λύση

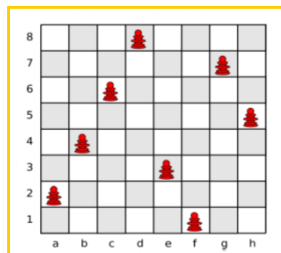
Λύση του Προβλήματος!

$L = [[1,c], [2,a], [3,d], [4,b]]$

Το Πρόβλημα των 8 Βασιλισσών

Μια Λύση --> $[[1,6],[2,1],[3,5],[4,2],[5,8],[6,3],[7,7],[8,4]]$

/* a -> 1, b -> 2, c -> 3, d -> 4, e -> 5, f -> 6, g -> 7, h -> 8 */

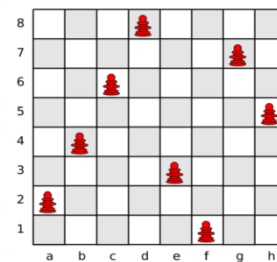


```
template([[1,_],[2,_],[3,_],[4,_],[5,_],[6,_],[7,_],[8,_]]).
solve(QueenList) :-
    template(QueenList),
    solution(QueenList).
```

Το Πρόβλημα των 8 Βασιλισσών

```
template([[1_],[2_],[3_],[4_],[5_],[6_],[7_],[8_]]).
solve(QueenList) :-
    template(QueenList),
    solution(QueenList).
```

```
...
solution([[X,Y] | Rest]) :
    solution(Rest),
    ... ,
    ....
```



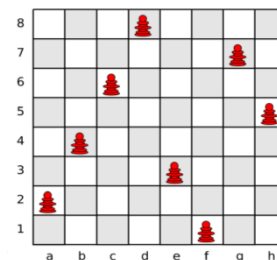
ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Το Πρόβλημα των 8 Βασιλισσών

```
template([[1_],[2_],[3_],[4_],[5_],[6_],[7_],[8_]]).
solve(QueenList) :-
    template(QueenList),
    solution(QueenList).
```

```
....
solution([[X,Y] | Rest]) :
    solution(Rest),
    member(Y,[1,2,3,4,5,6,7,8]),
    ....
```



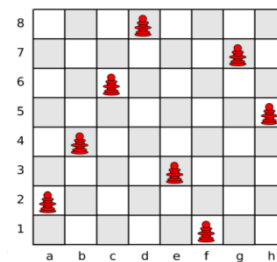
ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Το Πρόβλημα των 8 Βασιλισσών

```
template([[1_],[2_],[3_],[4_],[5_],[6_],[7_],[8_]]).
solve(QueenList) :-
    template(QueenList),
    solution(QueenList).
```

```
....
solution([[X,Y] | Rest]) :
    solution(Rest),
    member(Y,[1,2,3,4,5,6,7,8]),
    noattack([X,Y],Rest).
```



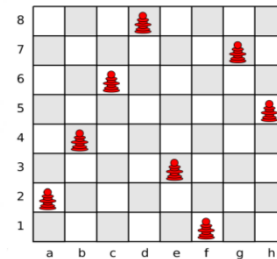
ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Το Πρόβλημα των 8 Βασιλισσών

```
template([[1_],[2_],[3_],[4_],[5_],[6_],[7_],[8_]]).
solve(QueenList) :-
    template(QueenList),
    solution(QueenList).
```

```
solution([ ]).
solution([[X,Y] | Rest]) :
    solution(Rest),
    member(Y,[1,2,3,4,5,6,7,8]),
    noattack([X,Y],Rest).
```



ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Το Πρόβλημα των 8 Βασιλισσών

```

solution([ ]).
solution([[X,Y] | Rest]) :-
    solution(Rest),
    member(Y,[1,2,3,4,5,6,7,8]),
    noattack([X,Y],Rest).

```

```

....
noattack([X,Y],[[X1,Y1]|Rest]) :-

```

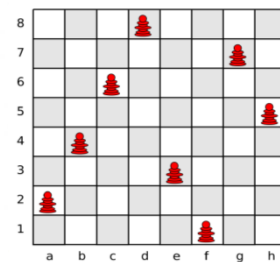
% να μην απειλεί η [X,Y]

% την [X1,Y1]

```

noattack([X,Y],Rest).

```



ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Το Πρόβλημα των 8 Βασιλισσών

```

solution([ ]).
solution([[X,Y] | Rest]) :-
    solution(Rest),
    member(Y,[1,2,3,4,5,6,7,8]),
    noattack([X,Y],Rest).

```

```

....
noattack([X,Y],[[X1,Y1]|Rest]) :-

```

$Y \neq Y1,$

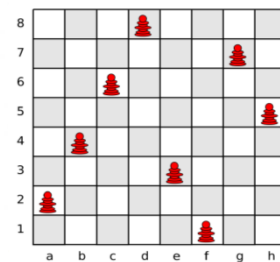
$(Y1 - Y) \neq (X1 - X),$

$(Y1 - Y) \neq (X - X1),$

```

noattack([X,Y],Rest).

```



ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Το Πρόβλημα των 8 Βασιλισσών

```

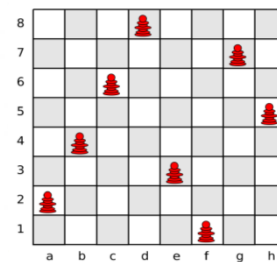
solution([ ]).
solution([[X,Y] | Rest]) :
    solution(Rest),
    member(Y,[1,2,3,4,5,6,7,8]),
    noattack([X,Y],Rest).

```

```

noattack(_,[ ]).
noattack([X,Y],[[X1,Y1]|Rest]) :-
    Y =\= Y1,
    (Y1-Y) =\= (X1-X),
    (Y1-Y) =\= (X-X1),
    noattack([X,Y],Rest).

```



ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Το Πρόβλημα των 8 Βασιλισσών

```

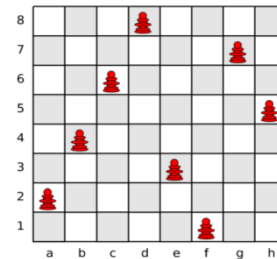
solution([ ]).
solution([[X,Y] | Rest]) :
    solution(Rest),
    member(Y,[1,2,3,4,5,6,7,8]),
    noattack([X,Y],Rest).

```

```

noattack(_,[ ]).
noattack([X,Y],[[X1,Y1]|Rest]) :-
    Y =\= Y1,
    (Y1-Y) =\= (X1-X),
    (Y1-Y) =\= (X-X1),
    noattack([X,Y],Rest).

```

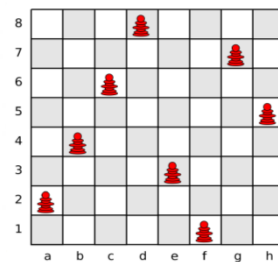


ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Το Πρόβλημα των 8 Βασιλισσών

- ❏ Οι πιθανές τοποθετήσεις 8 Βασιλισσών σε μία σκακιέρα 8x8 είναι 4 426 165 368, που είναι ο αριθμός των συνδυασμών 8 ανά 64!
- ❏ Με τον περιορισμό ότι τοποθετούμε μία Βασίλισσα ανά γραμμή οι πιθανές τοποθετήσεις είναι 16 777 216.
- ❏ Οι διαφορετικές λύσεις του προβλήματος είναι 92

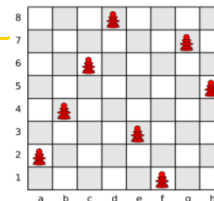


ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Ιντετερμινιστικοί Αλγόριθμοι

- ❏ Προβλήματα όπως είναι αυτό των 8 Βασιλισσών αναφέρονται σε καταστάσεις όπου ξέρουμε ότι κάποια ή κάποιες εναλλακτικές περιπτώσεις οδηγούν σε σωστό ή σωστά αποτελέσματα, αλλά δεν γνωρίζουμε εκ των προτέρων ποιες είναι αυτές.
- ❏ Ένας αλγόριθμος που βασίζεται σε αυτή την αρχή αναφέρεται ως ιντετερμινιστικός τύπου “δεν γνωρίζω” (don't know indeterminism)



ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

6ο ΕΞΑΜΗΝΟ