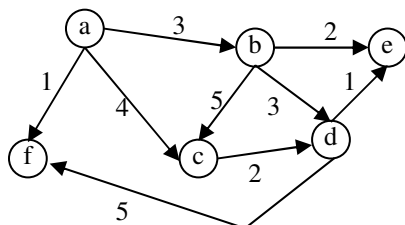

ΑΣΚΗΣΗ 7: ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ (GRAPHS)

Τα **γραφήματα (graphs)** απαντώνται σε όλους τους κλάδους της πληροφορικής (μεταφραστές, βάσεις δεδομένων, λειτουργικά συστήματα, παράλληλη επεξεργασία, δίκτυα υπολογιστών, κλπ) και φυσικά και στην τεχνητή νοημοσύνη. Τα γραφήματα είναι δομές δεδομένων που αποτελούνται από κόμβους συνδεδεμένους με ακμές. Χωρίζονται σε δύο κατηγορίες: (α) **κατευθυνόμενα γραφήματα**, όπου οι ακμές έχουν συγκεκριμένη κατεύθυνση και (β) **μη-κατευθυνόμενα γραφήματα**, όπου οι ακμές θεωρούνται ότι έχουν και τις δύο κατευθύνσεις. Για παράδειγμα, ο παρακάτω γράφος είναι κατευθυνόμενος.



Συχνά οι ακμές των γραφημάτων συνδέονται μεταξύ τους με κάποιο κόστος "σύνδεσης". Θα μπορούσαμε για παράδειγμα να φανταστούμε ότι το παραπάνω γράφημα παριστάνει το οδικό δίκτυο μεταξύ πόλεων. Στην περίπτωση αυτή το κόστος κάθε ακμής θα μπορούσε να αντιστοιχεί στη χιλιομετρική απόσταση μεταξύ των πόλεων. Έτσι σύμφωνα με το γράφο αυτό το κόστος που πληρώνουμε για να πάμε από τον κόμβο a στον κόμβο b είναι 3 (μετρούμενο σε οποιοδήποτε σύστημα εμείς έχουμε επιλέξει).

Στην Prolog τα γραφήματα όπως το παραπάνω μπορούν πολύ εύκολα να παρασταθούν με γεγονότα που δηλώνουν την γειτνίαση των κόμβων. Αν **δε μας ενδιαφέρει το κόστος** των ακμών τότε ο γράφος μπορεί να περιγραφεί με τα παρακάτω γεγονότα:

```
next_to(a,b).  
next_to(a,c).  
next_to(a,f).  
next_to(b,c).  
next_to(b,d).  
next_to(b,e).  
next_to(c,d).  
next_to(d,e).  
next_to(d,f).
```

Επειδή το γράφημα είναι **κατευθυνόμενο**, η σειρά των ορισμάτων στο `next_to` έχει σημασία. Με άλλα λόγια το `next_to(a,b)` είναι διαφορετικό από το `next_to(b,a)` καθώς το πρώτο δηλώνει την ύπαρξη μιας ακμής από το **a** στο **b** ενώ το δεύτερο δηλώνει μια ακμή από το **b** στο **a**.

Αν θέλαμε να περιγράψουμε ένα **μη-κατευθυνόμενο** γράφημα τότε έχουμε δύο επιλογές:

(α) να γράψουμε δύο γεγονότα για κάθε ακμή περιγράφοντας τις δύο κατευθύνσεις. Π.χ. για την ακμή που συνδέει τους κόμβους **a** και του **b** θα γράφαμε:

```
next_to(a,b) .
```

```
next_to(b,a) .
```

(β) να γράψουμε μια μόνο κατεύθυνση και να χρησιμοποιήσουμε ένα νέο κατηγορημα, π.χ. το **joint_with** το οποίο θα μας λέει ότι αν οι κόμβοι **X**, **Y**, είναι γείτονες τότε και οι **Y**, **X**, είναι γείτονες

```
joint_with(X,Y) :-
```

```
    next_to(X,Y) .
```

```
joint_with(X,Y) :-
```

```
    next_to(Y,X) .
```

Αν μας ενδιαφέρει το κόστος των ακμών τότε θα μπορούσαμε είτε να επεκτείνουμε το κατηγορημα **next_to** προσθέτοντας μία Τρίτη παράμετρο είτε, εναλλακτικά να χρησιμοποιήσουμε ένα άλλο κατηγορημα, π.χ. το **link** με τρία ορίσματα όπου τα δύο πρώτα αντιστοιχούν στους συνδεδεμένους κόμβους και το τρίτο στο κόστος της ακμής:

```
link(a,b,3) .      link(b,e,2) .
```

```
link(a,c,4) .      link(c,d,2) .
```

```
link(a,f,1) .      link(d,e,1) .
```

```
link(b,c,5) .      link(d,f,5) .
```

```
link(b,d,3) .
```

Αντίστοιχα αν το γράφημα είναι μη-κατευθυνόμενο πρέπει να προσθέσουμε και το επιπλέον κατηγορημα που ορίζει την αμφίδρομη σύνδεση δύο γειτονικών κόμβων:

```
linked_with(X,Y,Cost) :-
```

```
    link(X,Y,Cost) .
```

```
linked_with(X,Y,Cost) :-
```

```
    link(Y,X,Cost) .
```

Επεξεργασία ενός κατευθυνόμενου γράφου

Ο λόγος για τον οποίο αναπαριστούμε ένα γράφο είναι για να τον χρησιμοποιήσουμε κατόπιν με σκοπό να απαντήσουμε σε κάποιες ερωτήσεις. Μια σχετικά απλή ερώτηση είναι αν υπάρχει μονοπάτι μεταξύ δύο κόμβων **X** και **Y**

```
existspath(X,Y) :-
```

```
    next_to(X,Y) .
```

```
existspath(X,Y) :-
```

```
    next_to(X,Z) ,
```

```
    existspath(Z,Y) .
```

Το κατηγορημα **existspath** απαντάει Yes (**true**) ή No (**false**) ανάλογα με το αν υπάρχει μονοπάτι ή όχι. Ο πρώτος κανόνας είναι η οριακή συνθήκη που δηλώνει ότι υπάρχει μονοπάτι αν οι **X** και **Y** γειτνιάζουν. Ο δεύτερος κανόνας είναι αναδρομικός και δηλώνει ότι υπάρχει μονοπάτι μεταξύ **X** και **Y** αν υπάρχει ένας γείτονας **Z** του **X** και υπάρχει μονοπάτι μεταξύ του **Z** και του **Y**.

ΤΙ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΚΑΝΕΤΕ

Χρησιμοποιήστε, ενδεικτικά το γράφημα που δώσαμε ως παράδειγμα και γράψτε τα παρακάτω κατηγορήματα

(α) **path(X, Y, Path)**. Το κατηγορήμα αυτό θα βρίσκει το μονοπάτι που συνδέει τους κόμβους **X** και **Y** και θα το επιστρέφει στη λίστα **Path**. Παράδειγμα:

```
?- path(a, e, Path) .  
Path = [a, b, e];  
Path = [a, b, d, e];  
Path = [a, c, d, e]; ... κ.λπ.
```

(β) **pathlength(X, Y, Path, Length)**. Το κατηγορήμα αυτό θα είναι μια επέκταση του **path** που θα βρίσκει και το μονοπάτι που συνδέει τους κόμβους **X** και **Y** αλλά και το μήκος του μονοπατιού (δηλαδή πόσες ακμές περιέχει αυτό). Παράδειγμα:

```
?- pathlength(a, e, Path, Length) .  
Path = [a, b, e]  
Length = 2;  
Path = [a, b, d, e]  
Length = 3;  
Path = [a, c, d, e]  
Length = 3; ... κ.λπ.
```

(γ) **pathcost(X, Y, Path, Cost)**. Το κατηγορήμα αυτό θα είναι μια άλλη επέκταση του **path** που θα βρίσκει και το μονοπάτι που συνδέει τους κόμβους **X** και **Y** αλλά και το κόστος του μονοπατιού, δηλαδή το άθροισμα που προκύπτει από τα επί μέρους κόστη των ακμών που το αποτελούν. Παράδειγμα:

```
?- pathcost(a, e, Path, Cost) .  
Path = [a, b, e]  
Cost = 5;  
Path = [a, b, d, e]  
Cost = 7;  
Path = [a, c, d, e]  
Cost = 7; ... κ.λπ.
```

(δ) **pathloop(X, Y, Visited, Path)**. Το κατηγορήμα αυτό θα είναι μια άλλη επέκταση του **path** που θα βρίσκει και το μονοπάτι που συνδέει τους κόμβους **X** και **Y** αλλά θα φροντίζει να μη περνάει από τους ίδιους κόμβους για δεύτερη φορά, χρησιμοποιώντας την αρχικά είναι κενή βοηθητική λίστα **Visited** (με τη μορφή παραμέτρου συσώρευσης) για να αποθηκεύει τους κόμβους που επισκέφτηκε. Παράδειγμα:

```
?- pathloop(a, e, [], Path) .
```

Τι ψάχνει η κλήση

```
?- pathloop(a, e, [b], Path) .
```